

GESTIÓN DE CARTERAS: Optimización y Control

BOLSA DE MADRID

Madrid, septiembre 2003

Serfiex

Standard & Poor's®, "S&P®", "S&P Europe 350®" y "Standard & Poor's Europe 350" son marcas registradas de The McGraw-Hill Companies, Inc. y han sido licenciadas para su uso por "S&P Europe 350 INDICE S.I.M.C.A.V., S.A." Esta SIMCAV no está patrocinada, promocionada, ofrecida para su venta o promovida por Standard & Poor's y Standard & Poor's no se manifiesta sobre la conveniencia o no de invertir en esta SIMCAV.

Índice

- I. Introducción
- II. Conceptos previos
- III. Antes de Markowitz
- IV. Carteras frontera
- V. Carteras de mínima varianza, carteras eficientes y carteras ineficientes
- VI. Frontera con restricciones
- VII. Delimitación del universo posible de carteras
- VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo:
 - I. Simétricos: tracking error y varianza más tracking error.
 - II. Asimétricos: semivarianza, pérdidas, rendimientos por debajo del tipo de interés sin riesgo

Índice

- IX. Gestión de carteras. PROCESO.
- X. Todos los gestores, en la práctica, utilizan la teoría de gestión de carteras de Markowitz
- XI. Desafortunadamente algunos usos no están tan extendidos. Análisis de los problemas.
- XII. Consecuencia
- XIII. La solución...
- XIV. Custer “El software más útil y preciso para construir carteras y controlar la evolución de su riesgo ex_ante”
- XV. ¿Qué aporta CUSTER?

I. Introducción

Desde su publicación por el premio Nobel de economía Harry Markowitz en 1952, el modelo media-varianza ha sido la principal ayuda con la que han contado los inversores al elegir los activos que componen sus carteras. Este modelo se encuadra dentro de lo que podemos denominar economía normativa y en él su autor dice a todo sujeto con recursos disponibles de ser invertidos cómo debe hacerlo.

Por otro lado, ya dentro de la economía positiva, encontramos modelos que describen como los activos forman sus precios en el mercado: *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) -independientemente derivado por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1965)- y *Arbitrage Price Theory* (APT) -Ross (1976)-.

I. Introducción

La enorme interrelación existente entre el modelo media-varianza y el CAPM surge precisamente de que CAPM asume, entre otras cosas, que los inversores usan el modelo media-varianza. Queremos hacer hincapié en que, si bien están íntimamente unidos, el modelo media-varianza y el CAPM tienen diferentes objetivos: el primero dice lo que los inversores deben hacer y el segundo describe.

II. Conceptos previos

Desviación típica (s) es una medida de dispersión de los rendimientos alrededor de su media. Volatilidad

$$\text{Varianza} = (s)^2$$

Correlación (r) mide como dos variables aleatorias se mueven conjuntamente.

$$\text{Covarianza (cov)} = r * s_1 * s_2$$

¿Cuál es la medida clave?

Ejemplo:

En principio parece razonable invertir en un activo con una alta rentabilidad esperada y tan sólo una pequeña probabilidad de evolucionar de forma negativa.

II. Conceptos previos

La respuesta es que sí y solo sí el resto de los activos de nuestra cartera no consistan en apuestas similares y puedan evolucionar todos mal al mismo tiempo.

Si todos los activos tienen la misma varianza y entre ellos la misma correlación.

Varianza de la cartera = r * varianza del activo

Volatilidad de la cartera = raíz(r) * volatilidad del activo

Si $r = .25$ volatilidad cartera = .50 volatilidad activo

Si $r = .10$ volatilidad cartera = .316 volatilidad activo

Incluso con diversificación ilimitada

III Antes de Markowitz

Algunas veces se ha dicho que no se diversificaba mucho antes de 1952. Esto no es correcto.

Lo que no existía era una teoría que cubriera de forma adecuada;

Los efectos de la diversificación cuando los riesgos están correlacionados

La rentabilidad/riesgo de una cartera como conjunto.

IV Carteras frontera

Con la ayuda del modelo media-varianza, un inversor no necesitará evaluar la composición de todas y cada una de las carteras en las que puede invertir. Solamente evaluará aquellas que ofrezcan la máxima rentabilidad esperada para igual riesgo o aquellas que ofrezcan el mínimo riesgo de entre todas las carteras con igual rentabilidad.

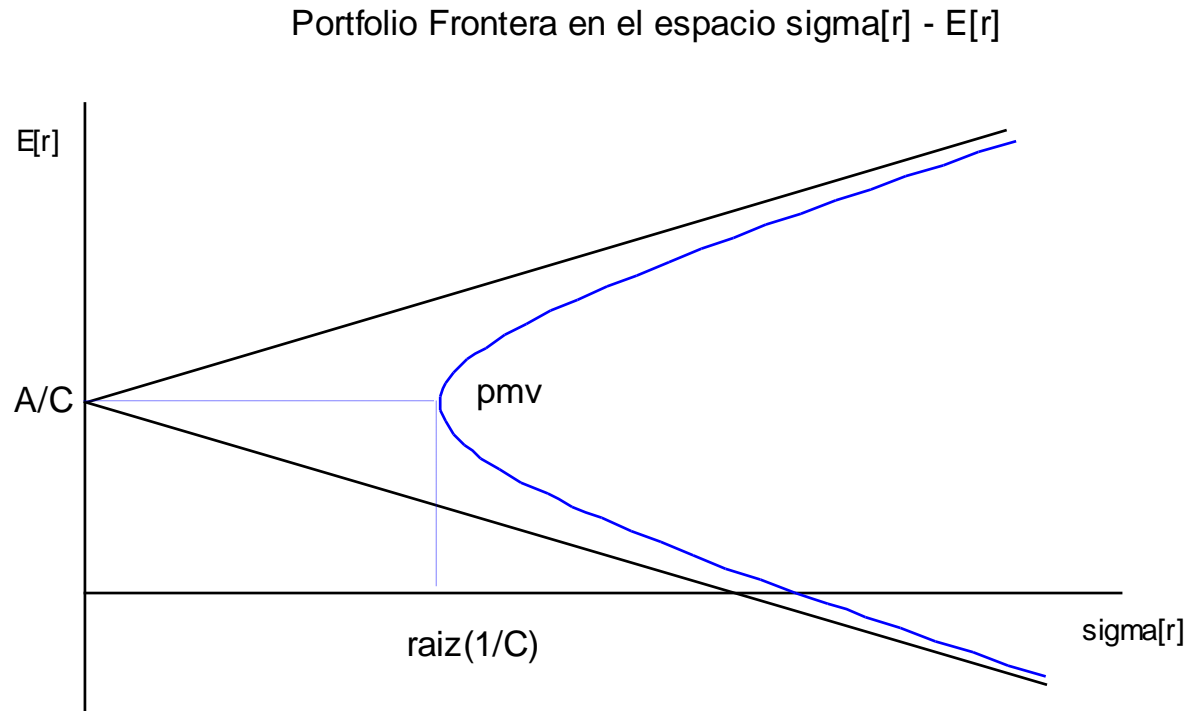
Una cartera frontera se define como aquella cartera que tiene la mínima varianza de entre todas aquellas que presentan igual rendimiento esperado o aquella de máximo rendimiento esperado de entre todas aquellas que presentan igual varianza.

V Carteras de mínima varianza, eficientes e ineficientes

De entre todas las posibles carteras que estén en la frontera encontramos una que presenta la mínima varianza. Esta cartera vamos a denominarla "pmv" (portfolio de mínima varianza). Aquellas carteras de la frontera con rendimientos esperados superiores al rendimiento de "pmv" las llamaremos *carteras eficientes*.

Por cada cartera ineficiente existe una eficiente con igual varianza pero superior rendimiento esperado. Un inversor pretenderá situarse en una cartera eficiente mientras que una entidad endeudada, por ejemplo un emisor, pretenderá situarse en una cartera ineficiente donde pague el mínimo coste por unidad de riesgo asumida.

V Carteras de mínima varianza, eficientes e ineficientes



Siendo: $A = e^T V^{-1} \mathbf{1}$ y $C = \mathbf{1}^T V^{-1} \mathbf{1}$

e = vector de rentabilidades esperadas y V = matriz de varianzas covarianzas.....

VI Frontera con restricciones

En el caso que impongamos restricciones, la solución analítica no es posible.

Si elegimos minimizar varianza:

Una cartera p será cartera frontera si y sólo si w_p , el n-vector de ponderaciones de cada uno de los activos que componen la cartera, es solución del siguiente **programa de optimización cuadrática**:

$$\min_w \frac{1}{2} w^T V w$$

$$w^T e = E[\tilde{r}_p]$$

$$w^T 1 = 1$$

VI Frontera con restricciones

e es el n -vector de rendimientos esperados de cada uno de los " n " activos con riesgo de la cartera. $E[\tilde{r}_p]$ es el rendimiento esperado de la cartera " p ". e es un n -vector de unos. Esta formulación permite la existencia de signos negativos en algún w_p , es decir permite posiciones cortas (ventas a crédito, ventas a plazo, ventas con préstamo de títulos).

Si ahora igualamos $E[\tilde{r}_p] \neq 0$ y $E[\tilde{r}_p]=1$, obtenemos w_{p0} y w_{p1} dos carteras que van a ser de gran utilidad, pues gracias a ellas podremos generar toda la frontera.

$$w_q = w_{p0} + w_{p1} E[\tilde{r}_p]$$

VI Frontera con restricciones

Es más, toda la frontera puede ser generada por cualesquiera dos carteras que estén en la frontera.

Si quisiéramos incorporar la restricción de no estar cortos en ningún activo impondríamos una restricción de no negatividad en los pesos del vector "w" (ningún activo pesará menos de 0% ni más de 100%). Incorporar esta restricción es tan sencillo como incorporar la siguiente línea en el programa anterior:

$$w \geq 0$$

O cualquier otra restricción originada por la existencia de límites legales. Es muy extraño que el inversor incorpore restricciones sin imposición legal insalvable pues las restricciones implican pérdida de eficiencia.

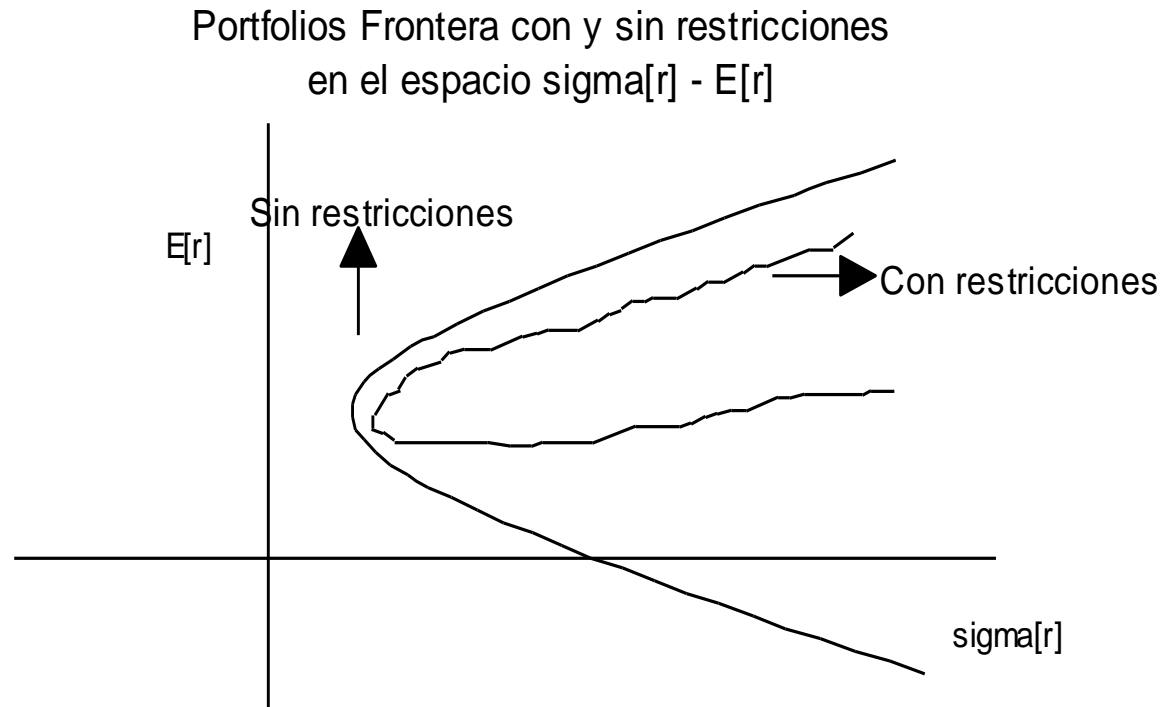
VII Delimitación del universo posible de carteras

En el caso que impongamos restricciones la solución analítica no es posible y por tanto no podemos calcular la traza inferior del gráfico anterior.

Para calcular esta traza inferior (las carteras más ineficientes) tenemos que realizar una optimización muy poco utilizada aunque muy útil: **minimizar rentabilidad esperada por unidad de riesgo.**

Realizar ambas optimizaciones nos va a permitir **delimitar el lugar geométrico de todo el universo posible de carteras.**

VII Delimitación del universo posible de carteras



VII Delimitación del universo posible de carteras

Ubicaremos la cartera en el gráfico anterior.

Habitualmente es ineficiente.

Podremos responder las siguientes preguntas:

¿Cuánto de ineficiente es la cartera?,

¿Es muy ineficiente o sólo ligeramente ineficiente?

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

Existen inversores que definen sus objetivos de rentabilidad en puntos porcentuales por encima de la rentabilidad de un benchmark.

Una empresa endeudada o un emisor lo definirían en puntos porcentuales por debajo del coste de un benchmark.

Estos inversores, por lo general institucionales, no tienen una acepción del riesgo en términos absolutos, como es el caso de la varianza, sino en términos relativos. Para ellos riesgo es la dispersión de los rendimientos alrededor de un benchmark (tracking error).

Dos aproximaciones:

Pesos relativos (problema cash)

Matriz de varianzas-covarianzas relativas (problema que la cartera no contenga uno de los activos que componga el benchmark)

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

La forma de solucionar ambos problemas es descomponer la cartera en dos subcarteras; la subcartera benchmark y la subcartera formada por los pesos relativos.

Esta sustitución de riesgo absoluto por riesgo relativo resulta demasiado extrema para algunos inversores. Aunque valoran contar con un benchmark de referencia y evitan obtener resultados muy diferentes al mismo no son indiferentes al riesgo en términos absolutos.

Estos inversores poseen un concepto mixto de riesgo. Son adversos al riesgo medido tanto en valores absolutos como en relativos.

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

$$\max_w w^T e - \frac{\tilde{V}_p}{rt} - \frac{\tilde{V}_p^*}{tet}$$

rt es el factor de tolerancia al riesgo en términos absolutos

tet es el factor de tolerancia al riesgo en términos relativos o tracking error

Dada esta formulación un inversor cuantificaría su aversión a cada uno de estos conceptos de riesgo asignando diferentes factores de tolerancia al riesgo.

Esta formulación colapsa al modelo media-varianza para inversores con infinito factor de tolerancia al tracking error. Y análogamente colapsa al modelo media-varianza relativa para aquellos con infinito factor de tolerancia al riesgo absoluto.

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

La varianza y el tracking error son medidas simétricas. Incluyen tanto la posibilidad de pérdidas como las de ganancias.

Pero pocos inversores, especialmente inversores individuales, asociarían riesgo con la posibilidad de ganancias. Para la gran mayoría su definición de riesgo sería:

- no alcanzar un rendimiento mínimo, o
- la posibilidad que tienen de perder.

Estos inversores demandan una medida asimétrica de riesgo que considere únicamente aquellos rendimientos “negativos”:

Si el concepto de riesgo fuera no alcanzar un rendimiento mínimo por ejemplo el tipo de interés del activo sin riesgo en base anual (2%), el riesgo asimétrico tendría en cuenta únicamente aquellos rendimientos que estuvieran por debajo.

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

Si el concepto de riesgo fuera la posibilidad de perder, el riesgo asimétrico tendría en cuenta únicamente los rendimientos negativos.

Ya en 1952 Markowitz consideró diferentes medidas de riesgo además de la varianza y concluyó que la “teóricamente” más robusta era la semivarianza. Pero debido a problemas computacionales para calcularla adoptó como medida de riesgo la varianza.

La varianza considera las desviaciones de rendimientos con respecto a la media y las eleva al cuadrado. La semivarianza únicamente considera aquellas desviaciones que están por debajo de la media y las eleva también al cuadrado.

Hoy en día numerosos investigadores en finanzas, economía y psicología han corroborado la intuición de Markowitz; **las pérdidas pesan más que las ganancias.**

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

- Otras medidas de riesgo asimétrico son:

La **semivarianza objetivo** considera aquellas desviaciones que están por debajo de un rendimiento objetivo y las eleva al cuadrado.

La esperanza de aquellas desviaciones que están por debajo de un rendimiento objetivo sin elevar al cuadrado (**target shortfall**).

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

Vamos a englobar las anteriores medidas de riesgo asimétrico bajo las siglas LPM(lower partial moments).

Vamos a minimizar el riesgo asimétrico:

$$\begin{aligned} \min_w \quad LPM_n(\tau; w) &= \sum_{\tilde{r}_p < \tau}^{\tau} p_p (\tau - \tilde{r}_p)^n \\ w^T e &= E[\tilde{r}_p] \\ w^T \mathbf{1} &= 1 \end{aligned}$$

Siendo τ el objetivo de rentabilidad. 2% o 0% en los ejemplos anteriores.

Siendo n 1 o 2. Si es 1 sería el target shortfall. Si es 2 sería la semivarianza.

Siendo p_p la probabilidad de \tilde{r}_p .

VIII. Después de Markowitz, otros conceptos de riesgo

Estas probabilidades asociadas pueden ser generadas mediante algún proceso de modelización o podemos usar datos históricos. En este segundo caso el programa de optimización no lineal anterior se transformaría en:

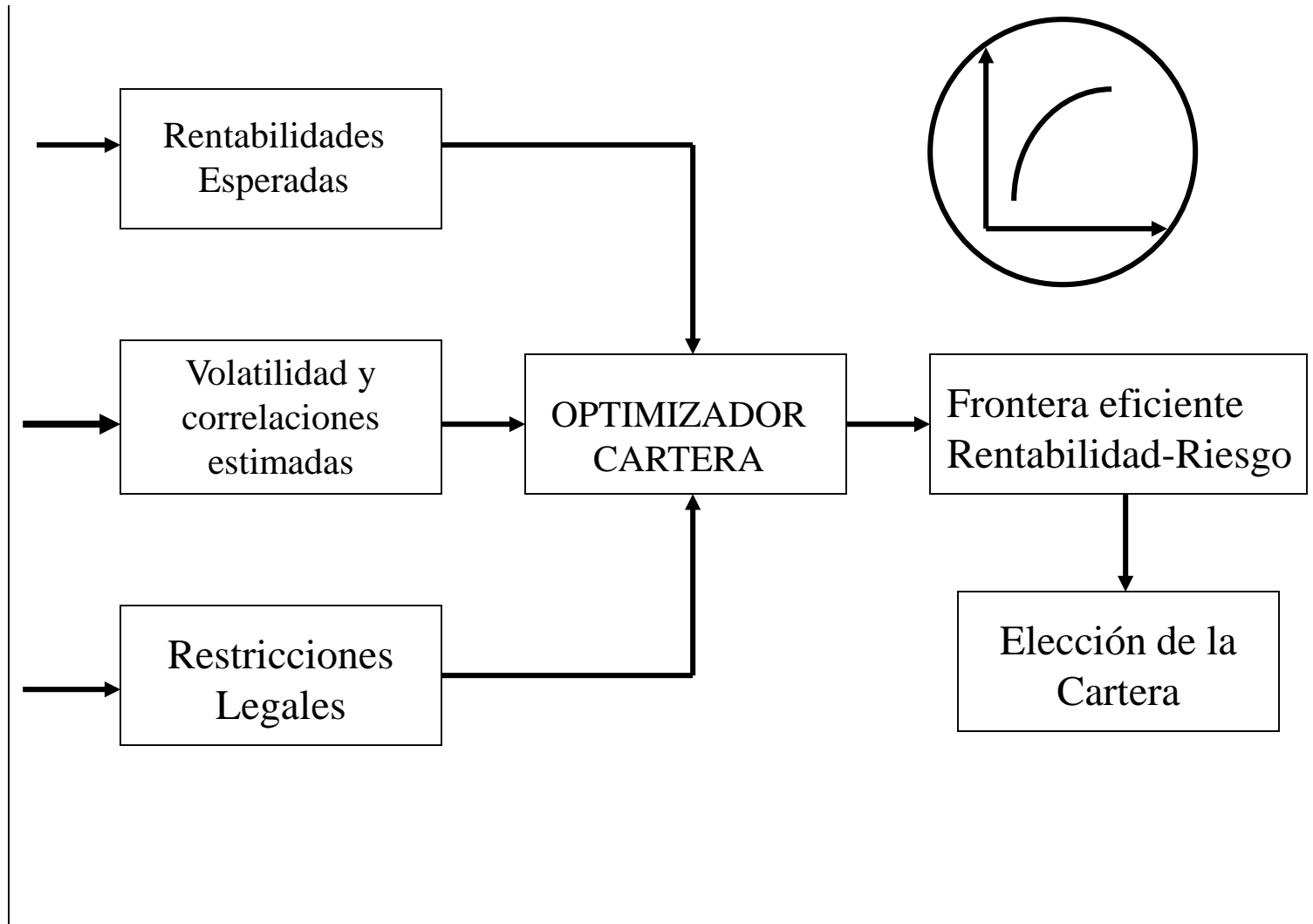
$$\min_w LPM_n(\tau; w) = \sum_{\tilde{r}_p < \tau} \frac{1}{T-1} (\tau - \tilde{r}_p)^n$$

$$w^T e = E[\tilde{r}_p]$$

$$w^T \mathbf{1} = 1$$

Siendo T el número de observaciones. Para solucionar estos problemas es necesario desarrollar un proceso iterativo. A medida que aumentemos el número de activos y observaciones es necesario mayor capacidad computacional.

IX. Gestión de carteras. Proceso



X. Gestión de carteras en la práctica

Todos los gestores, en la práctica, utilizan la teoría de gestión de carteras de Markowitz.

USO COMPLETO

Genera frontera eficiente a partir de rentabilidades esperadas y matrices de riesgo.

Elección formal de la cartera.

ANÁLISIS TOP-DOWN

Selección de clases de activos (países, sectores, valor, crecimiento, tamaño..)

Estimación de la prima de riesgo

Construcción de la cartera (por agregación de activos)

Medición riesgo

Implementación (parte activa- parte pasiva)

X. Gestión de carteras en la práctica

Sólo CONTROL DE RIESGOS

Se llega a la cartera de cualquier manera

Medición de riesgos relativos (el tracking error ex_ante es la medida profesional e implica control diario en la toma de decisiones)

Quizá también procesos de simulación (escenarios)

Sólo EVALUACIÓN DE RESULTADOS

Se miden riesgos (tracking error ex_post). Estor representa un control muy lejano.

Ratio Sharpe, ratio de información, Treynor, Jensen, etc...

XI. Algunos usos no están tan extendidos

Si bien gestionar una cartera con un ojo en el mercado y otro en el límite de riesgo asignado (tracking error) es una práctica extendida en el mercado.

Construir una frontera eficiente y establecer un mecanismo formal para extraer una cartera de la misma no es tan habitual.

Quizá las razones más importantes por las cuales esto ocurre es porque la implementación de modelo de Markowitz presenta los siguientes problemas:

- sensibilidad de los “inputs”: un mínimo cambio en las rentabilidades esperadas –1% anual- puede dar lugar a una cartera radicalmente distinta.

- carteras extremas –no diversificadas-

- soluciones no intuitivas

XII. Consecuencia

Estos problemas han condicionado desde sus orígenes el desarrollo profesional de la labor de gestión de carteras, haciendo que el resultado final sea extremadamente dependiente del componente de arte, lo que inevitablemente conduce a carteras ineficientes, que pueden no reflejar con precisión las expectativas de rentabilidad del inversor en su composición y pueden fallar en el aspecto más importante de la personalización (adecuar la cartera al nivel de riesgo que el inversor quiere y puede).

En el caso de optimizaciones relativas (tracking error) los problemas se reducen aunque permanecen.

La práctica extendida de incorporar más y más restricciones al modelo de Markowitz o sus posteriores extensiones hasta conseguir una cartera diversificada. no constituye ninguna solución. Es necesario profundizar más.

XIII. La solución...

Tuvimos que esperar hasta 1992 para superar las limitaciones existentes. En esa fecha, los profesores Black y Litterman, trabajando en Goldman Sachs, publicaron un trabajo empírico que aportaba la luz necesaria. Actualmente existen múltiples interpretaciones y desarrollos de este modelo. CUSTER™ incluye la nuestra:

En la implementación práctica del modelo de Markowitz subyace un problema de coherencia entre los dos inputs: expectativas de rentabilidad y matrices de riesgos.

Pongamos un ejemplo muy extremo:

“Un buen analista piensa que BSCH va a subir un 20% en el año. Otro buen analista piensa que BBVA va a bajar un 20%. El inversor no sabe cuál de ellos lleva razón, pero sabe que ambas expectativas son incoherentes con el pasado, plasmado en la matriz de riesgos –el suceso conjunto es prácticamente imposible-.”

XIII. La solución...

La solución consiste en: considerar rentabilidad esperada y riesgo asumido como fuentes de conocimiento “a priori”, en estado bruto, aún sin pulir. Incorporar un nuevo "conocimiento": **la confianza en las expectativas de rentabilidad generadas**. Dotar de coherencia los tres inputs usando herramientas estadísticas y generar nuevas expectativas de rentabilidad ahora ya coherentes con la matriz de riesgos. Denominamos estas nuevas expectativas: **expectativas de rentabilidad coherentes**.

A partir de éstas, el modelo rentabilidad-riesgo tiene finalmente aplicación práctica.

XIV. CUSTER

CUSTER™ : Optimización y Control

La principal novedad de CUSTER es que se aproxima a la forma en que los inversores realmente definen sus objetivos, generan expectativas y toman decisiones.

Incluye una aplicación práctica del modelo Black-Litterman y dos desarrollos propios de SERFIEX: Enfoque directo y Re-Optimización.

En concreto permite:

1. **Que los inversores puedan definir sus objetivos en su propio lenguaje.** En lugar de volatilidad, pérdidas potenciales, en lugar de “tracking error”, puntos por debajo del benchmark. Denominamos a esta utilidad Enfoque directo.

XIV. CUSTER

2º. **Incorporar expectativas absolutas o relativas, para todos o sólo para algunos** de los activos de la cartera (Ejemplo Tef 2% mejor que France Telecom).

3º. **Re-optimizar. Reconponer la cartera a partir de hechos ciertos** (el tiempo transcurrido y los resultados realmente obtenidos-buenos o malos-). El fin: maximizar la probabilidad de alcanzar los objetivos previamente formulados.

Han pasado 3 meses. Gano un 2% menos de lo esperado. ¿Qué debo hacer?. ¿Asumir más riesgo o reducirlo? ¿Cómo debo recomponer la cartera?.

XV. ¿QUÉ APORTA CUSTER?

Mejora de la calidad de los servicios profesionales de gestión: los modelos formales de gestión de carteras bajan del mundo teórico al real y se podrán aplicar de forma inmediata.

Además, aparecen nuevas posibilidades muy útiles: Re-optimización.

Formalización e industrialización de los servicios de asesoramiento a inversores particulares:

1. Enfoque Directo permite construir carteras a partir del nivel de pérdidas potenciales que puede y quiere asumir el inversor. Esto implica personalizar la cartera a los objetivos del inversor con transparencia, rigor y máxima precisión. Adjetivos tales como: conservador, moderado o arriesgado son imprecisos y pueden dar lugar a malinterpretaciones. ¿Qué nivel de pérdidas potenciales implica ser arriesgado o moderado...? ¿Y a qué plazo...?

XV. ¿QUÉ APORTA CUSTER?

En consecuencia aumenta la seguridad de los inversores y se consigue erradicar el error más grave que pueden cometer: asumir un riesgo desconocido que a posteriori se torne mayor o menor del que pueden y quieren.

2. El conocimiento de los mejores analistas podrá ser aprovechado por más clientes de la Entidad y no sólo por las grandes fortunas.

3. Se limita el margen de actuación de los asesores menos expertos.

4. Se pueden definir planes de contingencia “a priori” para recomponer la cartera en función de las desviaciones - positivas o negativas- entre los resultados ciertos que se van obteniendo y los esperados.

XV. ¿QUÉ APORTA CUSTER?

Posibilidad de asignar formalmente recursos y límites de riesgo en Balances -carteras de activos y pasivos –

Muchas gracias

SERFIEX S.A.

Edificio Iberia Mart I

Pedro Teixeira 8, 10º Planta. 28020 MADRID

+ 91 319 03 47

info@serfiex.es

www.serfiex.es